

EXERCICE 1

Le 1^{er} janvier 2005, une grande entreprise compte 1 500 employés. Une étude montre que lors de chaque année à venir, 10 % de l'effectif du 1^{er} janvier partira à la retraite au cours de l'année. Pour ajuster ses effectifs à ses besoins, l'entreprise embauche 100 jeunes dans l'année.

Pour tout entier naturel n , on appelle u_n le nombre d'employés de l'entreprise le 1^{er} janvier de l'année $(2005 + n)$.

1. a. Calculer u_0 , u_1 et u_2 .

La suite u de terme général u_n est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier les réponses.

- b. Expliquer ensuite pourquoi on a, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,9u_n + 100$.

2. Pour tout entier naturel n , on pose : $v_n = u_n - 1000$.

- a. Démontrer que la suite v de terme général v_n est géométrique. Préciser sa raison.

- b. Exprimer v_n en fonction de n .

En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 500 \times 0,9^n + 1000$.

- c. Déterminer la limite de la suite u .

3. Démontrer que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} - u_n = -50 \times 0,9^n$.

En déduire le sens de variation de la suite u .

4. Au 1^{er} janvier 2005, l'entreprise compte un sur-effectif de 300 employés. À partir de quelle année, le contexte restant le même, l'entreprise ne sera-t-elle plus en sur-effectif ?

Exercice 2

Dans cet exercice les résultats seront arrondis au millième

Une enquête est réalisée auprès des clients d'une compagnie aérienne. Elle révèle que 40 % des clients utilisent la compagnie pour des raisons professionnelles, que 35 % des clients utilisent la compagnie pour des raisons touristiques et le reste pour diverses autres raisons.

Sur l'ensemble de la clientèle, 40 % choisit de voyager en première classe et le reste en seconde classe.

De plus, 60 % des clients pour raisons professionnelles voyagent en première classe, alors que seulement 20 % des clients pour raisons touristiques voyagent en première classe.

On choisit au hasard un client de cette compagnie. On suppose que chaque client a la même probabilité d'être choisi. On note :

- A l'évènement « le client interrogé voyage pour des raisons professionnelles »
- T l'évènement « le client interrogé voyage pour des raisons touristiques »
- D l'évènement « le client interrogé voyage pour des raisons autres que professionnelles ou touristiques »
- V l'évènement « le client interrogé voyage en première classe ».

1. Déterminer : $p(A)$, $p(T)$, $p(V)$, $p_A(V)$ et $p_T(V)$ et construire un arbre pondéré résumant la situation
2. a. Déterminer la probabilité que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons professionnelles.
b. Déterminer la probabilité que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons touristiques.
c. En déduire la probabilité que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons autres que professionnelles ou touristiques.
d. Donner les pondérations manquantes de l'arbre précédent.
3. Déterminer la probabilité que le client interrogé voyage pour des raisons professionnelles sachant qu'il a choisi la première classe.
4. On choisit 9 clients de cette compagnie aérienne d'une façon indépendante.
Quelle est la probabilité qu'exactement 6 clients voyagent en première classe ?
5. Soit un entier n supérieur ou égal à 2. Le nombre de clients est suffisamment grand pour que le choix des clients soit indépendant
On note p_n la probabilité qu'au moins un de ces clients voyage en seconde classe.
 - a. Prouver que : $p_n = 1 - 0,4^n$
 - b. Déterminer le plus petit entier n pour lequel $p_n > 0,9999$.

Aide A la question 2] c) il faudra trouver $p(V \cap D) = 0,09$