

Exercice 1

Le coût total exprimé en millier d'euros pour la fabrication de x milliers articles est modélisé par la formule

$$C(x) = x^2 - 2x \ln(x) \text{ où } x \in [0,25 ; 5] \text{ soit entre 250 et 5000 articles}$$

La courbe est donnée en annexe 1

On suppose que tout ce qui est produit est vendu, et que si le prix unitaire, en euros, d'un article est p, alors la recette est donnée par $R(x) = px$ exprimée en millier d'euros

L'entreprise réalise un bénéfice quand $px - C(x) > 0$

On note la fonction $B(x) = px - C(x)$

Partie A (lecture graphique avec la précision permise par le graphique))

- 1) On suppose $p=1,5$
Déterminer pour quelles valeurs de x l'entreprise réalise un bénéfice.
- 2) Déterminer la plus grande valeur de p pour laquelle l'entreprise ne peut pas réaliser de bénéfice

Partie B

- 1) Vérifier que $C'(x) = 2(x - \ln(x) - 1)$ pour $x \in [0,25 ; 5]$
- 2) On note g la fonction définie par $g(x) = x - \ln(x) - 1$ où $x \in [0,25 ; 5]$
- 3) Calculer $g'(x)$ puis dresser le tableau de variations de g en y mettant la valeur de $g(1)$
- 4) En déduire le signe de g et les variations de C

Partie C

- 1) Donner une équation réduite, avec les valeurs exactes, de la tangente (T) à C en $x=2$
- 2) Tracer (T)

Partie D

On suppose que $p=1,5$

- 1) Vérifier que $B'(x) = 2 \ln(x) - 2x + 3,5$
- 2) On donne le tableau de variations de B' :

x	0,25	1	5
B''	+		-
B'(x)	0,22	1,5	-3,28

Démontrer que l'équation $B'(x) = 0$ n'a qu'une seule solution, notée α , dans $[0,25 ; 5]$

Encadrer α à 0,1 près

En déduire les signes de B' , puis les variations de B

Interpréter α

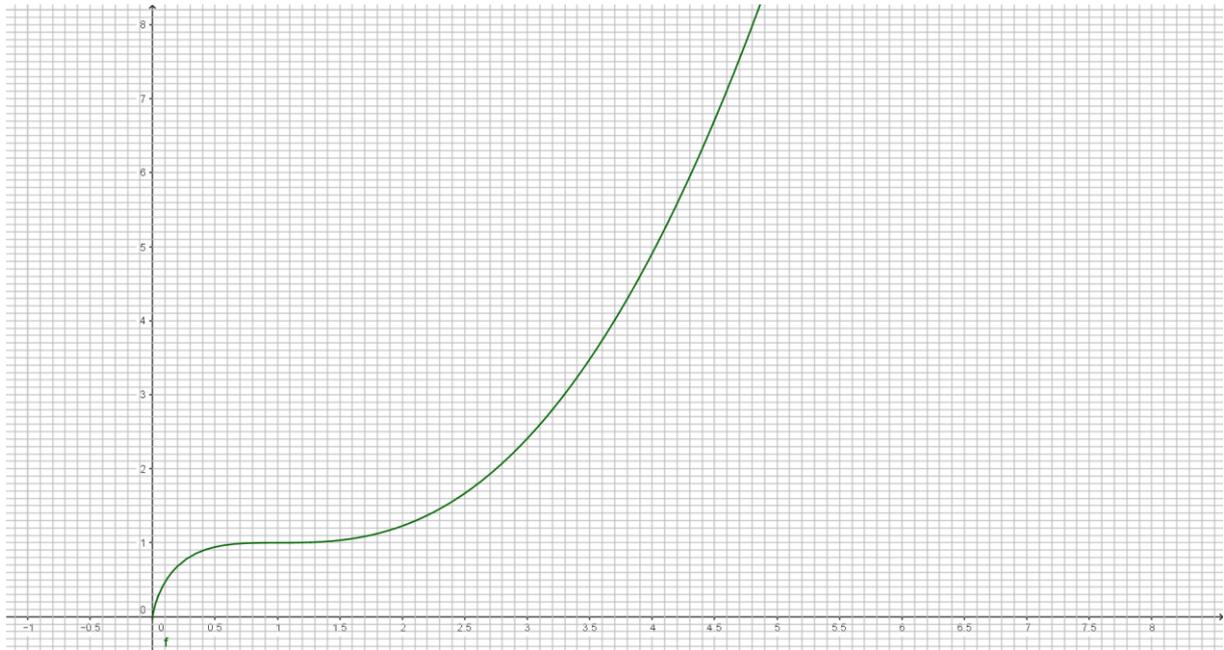
Exercice 2

On note f la fonction définie sur $[1 ; 10]$ par $f(x) = 20 \frac{\ln(x)}{x}$

- 1) Vérifier que $f'(x) = \frac{20(1-\ln(x))}{x^2}$
- 2) Dresser le tableau de variations complet de f en y mettant les valeurs exactes
- 3) Etudier graphiquement la convexité de f à partir de l'annexe 2 où f est représentée
- 4) On admet que $f''(x)$ est du signe de $-3 + 2\ln(x)$
Etudier la convexité de f et donner les coordonnées exactes du point d'inflexion

NOM :

Annexe 1 (à rendre)



Annexe 2 (à rendre)



Annexe 1



Annexe 2

