76 p 245

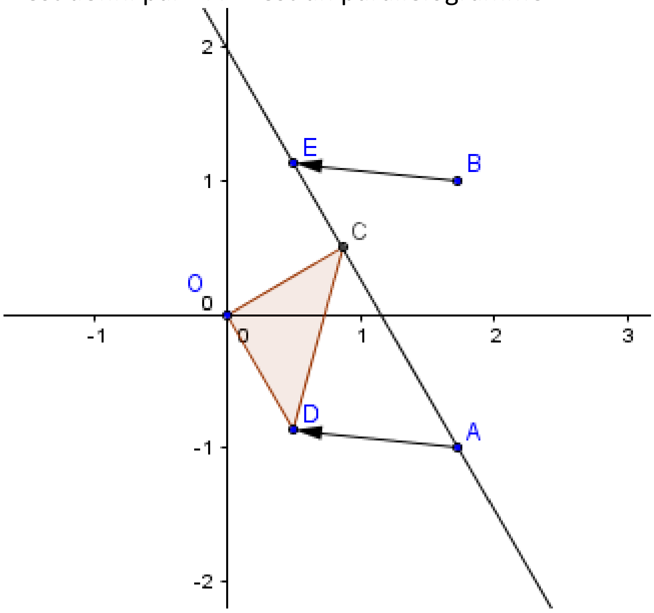
A est le point d'affixe a=$\sqrt{3} - i = 2e^{-i\pi/6}$

B est le point d'affixe b=$\sqrt{3} + i = 2e^{i\pi/6}$

C est le milieu de [OD] qui a pour affixe $\frac{1}{2}b = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i = e^{i\pi/6}$

D est défini par OC=OD et $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}) = -\frac{\pi}{2}$

E est défini par DABE est un parallélogramme



On a OA = |a| = 2, OB =|b| = 2 et AB =|b-a| = |2i| = 2
donc OAB est un triangle équilatéral.
Si on note d l'affixe de D, on a
$|d|$ = $|c|$ = 1 car OC = OD et Arg(d) = $(\vec{u}, \overrightarrow{OD})$ = $(\vec{u}, \overrightarrow{OC})$ + $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD})$ =Arg(c) $-\frac{\pi}{2}$
donc Arg(d) = $\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3}$
On a donc d =$e^{-i\pi/3}$ = $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$
Si on note e l'affixe de E on a e – b = d – a car $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BE}$
donc e= d – a + b = = = $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} + i + \sqrt{3} + i = \frac{1}{2} + i(\frac{4-\sqrt{3}}{2})$
OE^2 = $|e|^2$ = $|\frac{1}{2} + i(\frac{4-\sqrt{3}}{2})|^2$ = $\frac{1}{4}$ + $(\frac{4-\sqrt{3}}{2})^2 = 5 - 2\sqrt{3}$
BE^2 = $|e - b|^2$ = $|d - a|^2$ = $|\frac{1}{2} - \sqrt{3} + i\left(\frac{2-\sqrt{3}}{2}\right)|^2$ = $(\frac{1}{2} - \sqrt{3})^2 + \left(\frac{2-\sqrt{3}}{2}\right)^2$
= $5 - 2\sqrt{3}$
Pour l'alignement des points A, E et C, on démontre que les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ *et* $\overrightarrow{AE}$ sont colinéaires en utilisant les coordonnées ou les affixes des vecteurs.
On démontre que $\overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées ($-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{3}{2}$) et donc $2\overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées ($-\sqrt{3}$, 3)
et $\overrightarrow{AE}$ a pour coordonnées ($\frac{1}{2} - \sqrt{3}$, $3 - \frac{\sqrt{3}}{2}$) et donc $2\overrightarrow{AE}$ a pour coordonnées ($1 - 2\sqrt{3}$, $6 - \sqrt{3}$)
Et on remarque que les produits en croix sont égaux :
$-\sqrt{3}$ x $(6 - \sqrt{3})$ = $-6\sqrt{3} + 3$
$(1 - 2\sqrt{3})$ x 3 = $-6\sqrt{3} + 3$
On peut aussi utiliser un argument géométrique :
On a OA = AB et OE = BE donc A et E sont sur la médiatrice de [OB] qui passe par le milieu de [OB] qui est C, et comme une médiatrice est une droite, on en déduit que les points A, E et C sont alignés.

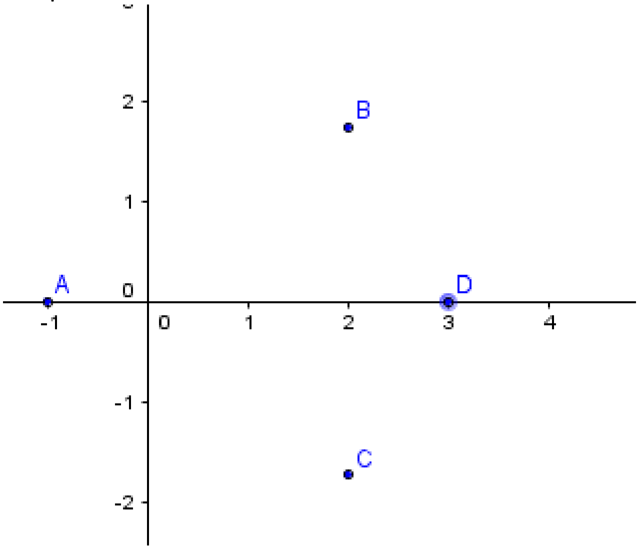
<u>78 p 247</u>

A a pour affixe a = -1

B a pour affixe b = $2 + i\sqrt{3}$

C a pour affixe c = $2 - i\sqrt{3}$

D a pour affixe 3



$AB^2 = |b - a|^2 = |3 + i\sqrt{3}|^2 = 12$

$BC^2 = |c - b|^2 = |-2i\sqrt{3}|^2 = 12$

$AC^2 = |c - a|^2 = |3 - i\sqrt{3}|^2 = 12$

Donc ABC est un triangle équilatéral.

$\overrightarrow{CA}$ a pour affixe a – c = $-3 + i\sqrt{3}$ donc a pour coordonnées (-3 , $\sqrt{3}$)

$\overrightarrow{CD}$ a pour affixe d – c = $1 + i\sqrt{3}$ donc a pour coordonnées (1 , $\sqrt{3}$)

On effectue le produit scalaire des 2 vecteurs:

$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD}$ = -3 + 3 = 0

Donc les vecteurs sont orthogonaux et le triangle ADC est rectangle en C.