Contrôle 3 **Novembre 2016** **TleS**

Partie A :

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x - e^x$

1) Dresser le tableau de variations de h) sur $\mathbb{R}$
2) En déduire le signe de h

Partie B :

Soit f la fonction définie sur]-∞ ; +∞[par $f(x) = -e^{-x}(x+1) + e$

1) Dresser le tableau de variations complet (limites comprises) de f sur]-∞ ; +∞[.
2) Donner une équation de la tangente au point A de C_f d'abscisse -1 et la tracer sur l'annexe.
3) Démontrer que $si\ x \in [0\ ;\ 4]\ alors\ f(x) \in [0\ ;4]$
4) On note g la fonction définie sur [0 ; 4] par $g(x) = f(x) - x$
   Démontrer que g' est du signe de h sur [0 ; 4]
   Dresser le tableau de variations de g sur [0 ; 4] et en déduire que l'équation $g(x) = 0$ n'a qu'une seule solution notée ∝ sur [0 ; 4]
   Encadrer ∝ à 0,1 près.

Partie C :

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0\ et\ \forall n \in \mathbb{N}\quad u_{n+1} = f(u_n)$

1) Conjecturer l'éventuelle convergence de (u_n) uniquement à l'aide de l'annexe qu'il faudra compléter par des constructions .
2) Démontrer que, $\forall n \in \mathbb{N}$, on a $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 4$
3) La suite (u_n) converge-t-elle ? Si oui, vers quel nombre ?

Annexe à rendre avec le **Nom** :